



Revista EIA  
ISSN 1794-1237  
e-ISSN 2463-0950  
Año XIX/ Volumen 19/ Edición N.37  
Enero-Junio de 2022  
Reia37002 pp. 1-11

Publicación científica semestral  
Universidad EIA, Envigado, Colombia

**PARA CITAR ESTE ARTÍCULO /  
TO REFERENCE THIS ARTICLE /**

Dante, M.; Shinma Galbetti, T. A.;  
Galbetti, M. V.; De Oliveira Ribeiro,  
V.; Oliveira Diodato, J. (2022).

Comparação dos métodos da média  
aritmética, dos polígonos de thiessen  
e do IPD na avaliação espacial de  
dados pluviométricos.

Revista EIA, 19(37), Reia37002.  
pp. 1-11.

<https://doi.org/10.24050/reia.v19i37.1500>

✉ *Autor de correspondencia:*

Oliveira Diodato, J. (Jonailce):  
Geoprocessamento. Universidade  
Estadual de Mato Grosso do Sul.  
Brasil.

Correo electrónico:  
jodiodato@gmail.com

**Recibido:** 30-01-2021

**Aceptado:** 27-04-2021

**Disponibile online:** 01-01-2022

# Comparação dos métodos da média aritmética, dos polígonos de thiessen e do IPD na avaliação espacial de dados pluviométricos.

MAX DANTE<sup>1</sup>

TAÍS ARRIERO SHINMA GALBETTI<sup>1</sup>

MARCUS VINÍCIUS GALBETTI<sup>1</sup>

VINÍCIUS DE OLIVEIRA RIBEIRO<sup>1</sup>

✉ JONAILCE OLIVEIRA DIODATO<sup>1</sup>

1. Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. Brasil.

## Resumo

A obtenção de um banco de dados de registros pluviométricos é de primordial importância para o gerenciamento dos recursos hídricos, principalmente no que diz respeito a fenômenos urbanos como as inundações. Por sua característica pontual, os registros são coletados em pontos específicos e não representam a totalidade das áreas, surgindo a necessidade de métodos que permitam estimar a precipitação média da bacia a partir dessas observações. O presente estudo teve como objetivo comparar três desses métodos: Média Aritmética, Polígonos de Thiessen e Inverso da Potência da Distância (IPD). Foram utilizados registros de cinco eventos de precipitação ocorridos em uma área de pequenas dimensões denominada La Terraza, localizada no município de Sierra Vista, Az, EUA. Utilizou-se o método da Validação Cruzada para estimar valores de precipitação para cada método, e a raiz do erro médio quadrático (REMQ) como índice de eficiência. Todos os métodos apresentaram erros reduzidos, porém o IPD se mostrou mais satisfatório em eventos com maior dispersão de valores.

**Palavras chave:** Precipitação, Interpolação, SIG.

# Comparación de los métodos de medios aritméticos, polígonos thiessen e IPD en la evaluación espacial de datos pluviométricos.

## Resumen

La obtención de una base de datos de registros de lluvia es de suma importancia para la gestión de los recursos hídricos, especialmente en lo que respecta a fenómenos urbanos como las inundaciones. Debido a su característica puntual, los registros se recogen en puntos específicos y no representan la totalidad de las áreas, lo que resulta en la necesidad de métodos que permitan estimar la precipitación media de la cuenca a partir de estas observaciones. El presente estudio tuvo como objetivo comparar tres de estos métodos: Media aritmética, Polígonos Thiessen y Potencia de distancia inversa (PDI). Se utilizaron registros de cinco eventos de precipitación en una pequeña zona llamada La Terraza, ubicada en el municipio de Sierra Vista, Az, EE. UU. El método de validación cruzada se utilizó para estimar los valores de precipitación para cada método y la raíz del error cuadrático medio (RECM) como índice de eficiencia. Todos los métodos presentaban errores reducidos, pero el PDI era más satisfactorio en eventos con mayor dispersión de valores.

**Palabras clave:** Precipitación, Interpolación, SIG.

---

# Comparison of the arithmetic mean, thiessen polygon and DPI methods in the spatial evaluation of pluviometric data.

## Abstract

Obtaining a database of rainfall records is of paramount importance for the management of water resources, especially with regard to urban phenomena such as floods. Because of its punctual characteristic, the data are collected at specific points and do not represent entire areas. Therefore, methods to estimate the mean precipitation using these observed data are required. The purpose of this study was to compare three of these methods: Arithmetic Average, Thiessen Polygon and Inverse Distance Weighting (IDW). The data used was from a small area called La Terraza, located in Sierra Vista, Az, USA. The Cross-validation method was used to estimate precipitation values in each method, whereas root mean squared error was the efficiency measure. All methods presented reduced errors, nevertheless the IDW presented more satisfactory results in events with great dispersion of values.

**Key Words:** Precipitation, Interpolation, SIG.

## 1. Introdução

Estimar a disponibilidade hídrica em uma bacia hidrográfica é uma das atividades mais importantes no que diz respeito ao gerenciamento de recursos hídricos e para tal é necessário dispor de bancos de dados e metodologias apropriadas à quantificação desses recursos (Arai, 2010).

A ocorrência de enchentes e inundações está se tornando cada vez mais frequente, o que evidencia a importância de se conhecer as etapas do ciclo hidrológico. Entre as etapas desse ciclo está a precipitação e a chuva é o tipo de precipitação mais interessante para a hidrologia devido sua capacidade de produzir escoamento podendo causar enchentes e inundações que acarretam diversos problemas para áreas urbanas, portanto o conhecimento e o registro quantitativo da sua variabilidade espacial sobre as regiões são indispensáveis para uma eficiente gestão hídrica (Arai, 2010 apud Bertoni & Tucci, 2002).

Segundo Franco & Uda (2015), usualmente, os registros meteorológicos, abrangendo os de precipitação, são obtidos de forma pontual. O ideal seria que os registros fossem obtidos a partir de inúmeras estações de monitoramento instaladas ao longo de um determinado sistema, entretanto isso é algo impraticável, devido aos altos custos relacionados.

A Organização Mundial de Meteorologia (OMM) estabeleceu regras gerais para o dimensionamento das redes pluviométricas, publicando as recomendações para densidades mínimas de pontos de monitoramento, da ordem de 10 a 20 km<sup>2</sup> por estação de monitoramento (Salgueiro, 2005). No Brasil, estes valores variam, conforme a região, de 1000 a 10000 km<sup>2</sup>/estação (ANA, 2013).

Franco & Uda (2015) apontam a necessidade da aplicação de métodos que permitam a geração de conjuntos contínuos de dados. Por exemplo, levando em consideração “n” valores amostrados representando uma variável contínua, existem métodos que permitem calcular o valor desta variável, em um ponto ou instante intermediário ao das amostragens. Da mesma forma, várias metodologias foram propostas para a estimativa da precipitação média em uma área, sendo que as mais usuais são Média Aritmética, Método de Thiessen e Método do Inverso da Potência da Distância (Protzek, 2010). O presente trabalho teve como objetivo compará-los. Os referidos métodos foram testados utilizando dados pluviométricos registrados em um sistema real de pequenas dimensões, denominado La Terraza, localizado no município de Sierra Vista, Az, EUA, com registros obtidos a cada 1 minuto. A análise da precipitação temporalmente discretizada é importante, tendo em vista que as inundações urbanas podem ocorrer de forma rápida, da ordem de horas ou até mesmo minutos, devido à elevada velocidade do escoamento e grandes quantidades de volume escoado.

## 2. Materiais e Métodos

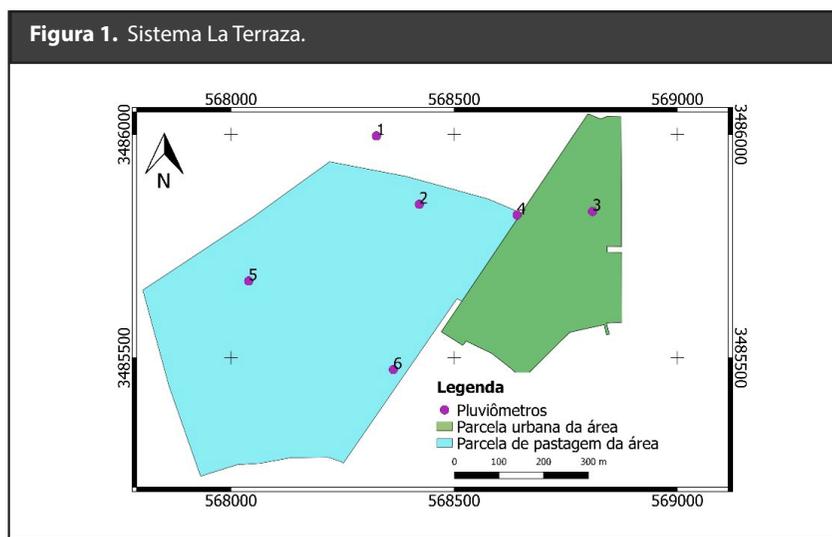
### 2.1 Área de estudo

A área de estudo La Terraza localizada no município de Sierra Vista, Arizona (EUA) é composta de 32 hectares de área rural e 13 hectares de área urbana (Kennedy et al., 2013) e foi escolhida por se tratar de uma área densamente monitorada que se enquadra na recomendação de densidade mínima de estações para rede hidrometeorológica de área urbana da OMM (1 estação de monitoramento por 10 a 20 km<sup>2</sup>) e por sua elevada frequência de monitoramento apresentando registros de precipitação com intervalos de 1 minuto.

## 2.2 Aquisição de dados

Todas as informações e dados utilizados no presente estudo foram fornecidos pelo Serviço Geológico dos Estados Unidos (*USGS - United States Geological Survey*) e utilizados por Shinma (2015).

Os dados obtidos consistem em dois arquivos *shape* contendo a delimitação da bacia e a localização de seis pluviômetros, sendo cinco instalados dentro dos limites da área e um fora dela, como mostra a Figura 1.



Além disso foram utilizados dados coletados das estações de monitoramento, compreendendo 5 eventos de precipitação ocorridos entre julho de 2007 e agosto de 2008, monitorados minuto a minuto, como apresenta a Tabela 1:

**Tabela 1.** Eventos analisados.

Evento	Data	Duração (Horas)	Total precipitado médio (mm)
1	07/08/08	0:34	19.69
2	14/08/08	2:48	20.38
3	18/07/08	1:23	18.73
4	23/07/08	0:30	12.95
5	28/07/07	0:53	14.33

## 2.3 Validação Cruzada

Por se tratar de uma avaliação espacial de dados, optou-se por estimar os valores em cada pluviômetro ao longo da área. Utilizou-se o Método da Validação Cruzada, que, conforme apresentam Franco & Uda (2015), consiste em se retirar um dos dados observados no sistema e estimá-lo a partir dos demais dados observados.

A validação cruzada foi utilizada em conjunto com os métodos que serão descritos a seguir.

## 2.4 Métodos analisados

### 2.4.1 Método da Média Aritmética

O primeiro método aplicado foi o método mais simples entre os três e consiste em se determinar a média aritmética entre os valores observados nos pluviômetros instalados dentro dos limites da área de estudo. Portanto, no presente trabalho, os dados do pluviômetro 1 não foram utilizados. Dessa forma a precipitação média ( $P_m$ ), calculada minuto a minuto, foi:

$$P_m = \frac{\sum_{i=1}^M P_i}{M} \quad \text{Equação 1}$$

Onde:  $P_i$  = valor observado no pluviômetro  $i$ ;  $M$  = número de pluviômetros instalados dentro dos limites da área de estudo.

Utilizando o conceito da validação cruzada, ao retirar um dado específico  $P_x$ , um novo valor de precipitação média ( $P_m'$ ) pode ser calculado por:

$$P_m' = \frac{(\sum_{i=1}^M P_i) - P_x}{M - 1} \quad \text{Equação 2}$$

Onde:  $P_x$  = dado do pluviômetro retirado.

Comparando-se as Equações 1 e 2, é possível estimar o valor do pluviômetro excluído  $P_x$  da seguinte maneira:

$$P_m = P_m'$$

$$P_x' = M * P_m' - \left[ \left( \sum_{i=1}^M P_i \right) - P_x \right] \quad \text{Equação 3}$$

Onde:  $P_x'$  = valor estimado para o dado retirado.

Desta forma, a eficiência do método pôde ser medida pela acurácia na estimativa de  $P_x$  para cada série temporal de precipitação, conforme será apresentado no item 2.5.

### 2.4.2 Método de Thiessen

Esse método visa subdividir a área da bacia de forma que se obtenham polígonos que representem a área de influência de cada um dos postos de medição, admitindo que cada posto seja representativo de sua sub-área onde a altura precipitada é tida como constante. O peso de cada estação é dado pela proporção que a área representa em relação à área total em questão. Se os polígonos abrangem áreas externas à bacia, essas porções devem ser eliminadas no cálculo (Carvalho & Silva, 2006). No presente trabalho, os polígonos de Thiessen foram obtidos através do software livre QGIS, utilizando a ferramenta "Polígonos de Voronoi", enquanto os valores das áreas dos polígonos ( $A_i$ ) foram obtidos utilizando a calculadora de campo do QGIS.

A precipitação média  $P_m$  foi calculada pela média das precipitações ponderadas pelas áreas obtidas no passo anterior, como descrito na Equação 4:

$$P_m = \frac{\sum_{i=1}^N (P_i * A_i)}{A} \quad \text{Equação 4}$$

Onde:  $P_i$  = Alturas precipitadas em cada pluviômetro;  $A_i$  = Área representativa de cada pluviômetro;  $A$  = Área total;  $N$  = número de pluviômetros.

Aplicando a Validação Cruzada ao presente método, retira-se um dado específico  $P_x$ , o que implica na alteração de alguns dos Polígonos de Thiessen. Após realizado o ajuste das áreas, um novo valor de precipitação média ( $P_m'$ ) pode ser obtido para cada combinação por:

$$P_m' = \frac{\sum_{i=1}^N (P_i * A_i')}{A} \quad \text{Equação 5}$$

Onde:  $P_i$  = valor observado no pluviômetro  $i$ ;  $A_i'$  = Áreas recalculadas após a retirada de  $P_x$ ;

$A_x = 0$ ;  $N$  = número de pluviômetros.

Comparando-se as Equações 4 e 5, pode-se estimar o valor do pluviômetro excluído  $P_x$  da seguinte maneira:

$$P_m = P_m'$$

$$P_x' = \frac{P_m' * A - [\sum_{i=1}^N (P_i * A_i) - P_x * A_x]}{A_x} \quad \text{Equação 6}$$

Novamente, a eficiência do método pôde ser medida pela acurácia na estimativa de  $P_x$  para cada série temporal de precipitação, conforme será apresentado no item 2.5.

#### 2.4.4 Método do Inverso da Potência da Distância (IPD)

Neste método a precipitação média foi calculada através do algoritmo de interpolação do software Qgis, utilizando a opção de interpolação "Peso pelo Inverso da Distância" (*Inverse Distance Weighting - IDW*).

Este método é um interpolador no qual o dado é ponderado de maneira que a influência de um ponto em relação ao outro diminua com a distância, equacionando da seguinte maneira (Silva et al., 2007):

$$P_x' = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{w_i * P_i}{\sum_{j=1}^N w_j} \right] \quad \text{Equação 7}$$

$$w_i = \frac{1}{d(x, x_i)^{pot}} \quad \text{Equação 8}$$

Onde:  $P_x'$  = valor estimado pelo método;  $w_i$  = peso atribuído ao valor observado no pluviômetro  $i$ ;  $d(x, x_i)$  = distância linear entre os pontos  $x$  e  $i$ ;  $P_i$  = valor observado no pluviômetro  $i$ ;  $pot$  = fator de potenciação considerado.

Segundo Silva et al. (2007), quanto maior a potência de ponderação, menor será a influência de um ponto distante do ponto a ser estimado, sobre a interpolação. Utilizou-se o fator de potenciação ( $pot$ ) 1 por se tratar de uma área pequena onde a precipitação em ponto tem evidente influência sobre outro.

Unindo o conceito da Validação Cruzada ao conceito do IPD, chegou-se a um valor estimado de precipitação para cada ponto retirado do sistema, que pode ser calculado como apresentado na Equação 7, considerando o peso atribuído ao valor observado no pluviômetro  $x$  (retirado), como nulo, ou seja,  $w_x = 0$ .

## 2.5 Avaliação dos métodos

Para cada evento, a avaliação dos métodos foi realizada através da raiz do erro médio quadrático (REM<sub>Q</sub>), que segundo Hallak & Pereira Filho (2011) é uma medida comumente empregada na verificação da acurácia de modelos numéricos. Por elevar as diferenças individuais ao quadrado o REM<sub>Q</sub> é sempre positivo, evitando possíveis compensações, e quando igual a zero, indica simulação acurada. A raiz quadrada aplicada na equação possibilita a vantagem de apresentar os valores de erro nas mesmas dimensões da variável analisada, proporcionando maior significado físico às comparações.

O erro foi calculado entre os valores observados nos pluviômetros e os valores estimados pelos métodos.

$$REM_{Q,j,k} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_i' - P_i)^2}{n}} \quad \text{Equação 9}$$

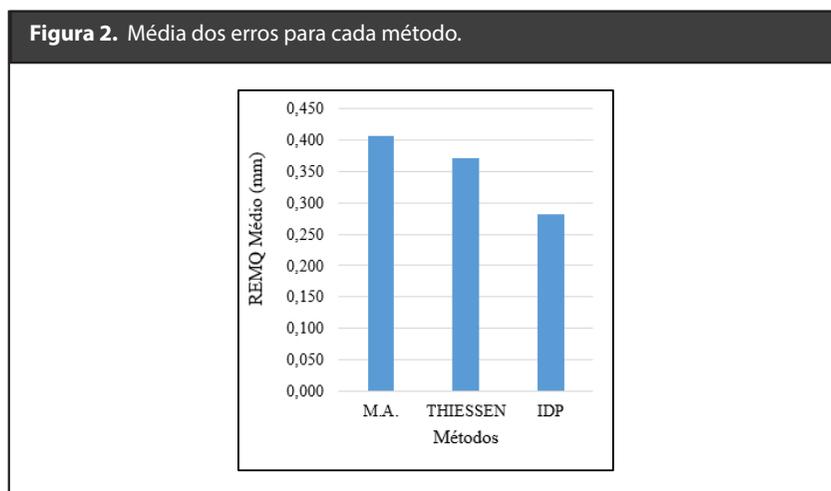
Onde:  $P_i$  = valor observado no pluviógrafo j, evento k, no instante i;  $P_i'$  = valor estimado no pluviógrafo j evento k, no instante i; n = número de medidas em cada pluviógrafo, para cada evento.

Por fim, os métodos foram comparados utilizando a média aritmética dos REM<sub>Q</sub>s, considerando todos eventos e todas as validações cruzadas realizadas, sendo considerado mais satisfatório aquele método que apresentou menores valores de REM<sub>Q</sub>.

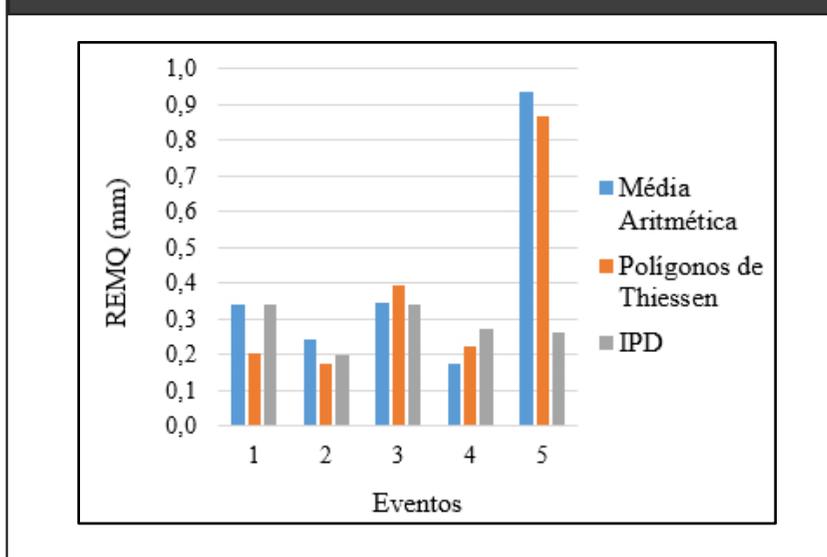
## 3. Resultados e Discussão

As Figuras 2 e 3 ilustram os gráficos comparativos das médias dos erros calculados para cada método e para cada evento, respectivamente.

Observa-se que todos os métodos apresentaram erros reduzidos conforme esperado, uma vez que se trata de uma área de pequenas dimensões, sem grandes alterações topográficas e densamente monitorada.



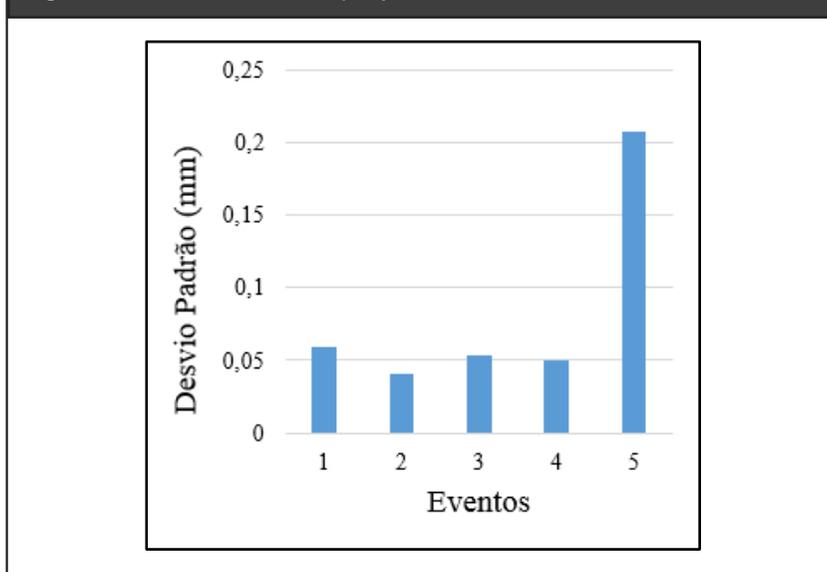
**Figura 3.** Média dos erros para cada evento.



Dos cinco eventos, a Média Aritmética apresentou os melhores resultados no evento 4, os Polígonos de Thiessen nos eventos 1 e 2 e o IPD nos eventos 3 e 5.

Tanto o método da Média Aritmética quanto o método dos Polígonos de Thiessen apresentaram resultados satisfatórios em todos os eventos testados. Porém, no evento 5, quando houve um sutil aumento no desvio padrão da ordem de 0,2mm (Figura 4), ambos os métodos apresentaram um aumento no REMQ médio, enquanto o método IPD manteve o erro abaixo de 0,3mm. Dessa forma, o IPD se mostrou o método mais satisfatório em todos eventos testados, sugerindo que seja mais indicado para os casos cujos dados apresentam maior dispersão de valores.

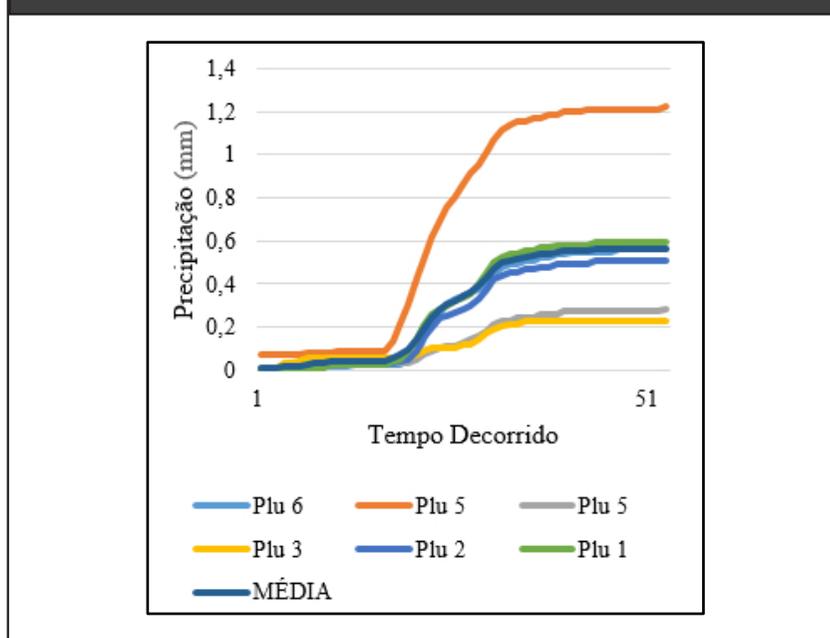
**Figura 4.** Desvio Padrão da Precipitação.



**Tabela 2.** Áreas dos Polígonos de Thiessen para cada combinação de pluviômetros.

Área de influência por pluviógrafo – Método dos Polígonos de Thiessen (m <sup>2</sup> )						
	Plu 1	Plu 2	Plu 3	Plu 4	Plu 5	Plu 6
Combo 1	0	76397	65293	64133	165207	113250
Combo 2	41865	0	65293	84737	167232	125153
Combo 3	13812	64414	0	129425	163378	113250
Combo 4	13812	84450	102562	0	163378	120077
Combo 5	35040	78477	65293	64133	0	241338
Combo 6	13812	92658	65293	77342	235175	0

**Figura 5.** Precipitação acumulada em cada pluviômetro no evento 5.



Algumas peculiaridades das simulações possivelmente prejudicaram a performance do método dos Polígonos de Thiessen no evento 5. O maior valor registrado nesse período, além de ser maior que o dobro da média (Figura 5), ocorreu no pluviômetro 5, que representa o polígono com maior área de influência (Tabela 2), distanciando as estimativas dos valores observados.

De maneira geral, não foi encontrado um padrão que permita apontar o método mais satisfatório, o que condiz com a afirmação de Girard et al. (2013), de que uma área de pequenas dimensões, por vezes potencializa o valor de um ponto (pluviógrafo 5), não permitindo produzir resultados substancialmente melhores de um método em relação a outros métodos.

## 4. Conclusões e Recomendações

Ao se trabalhar com dados de um sistema de pequenas dimensões, de características homogêneas, relevo plano e elevada densidade de postos de medição, qualquer um dos três métodos estudados pode ser aplicado na determinação da precipitação média da área.

Porém, para casos em que haja grandes diferenças entre os dados, como quando a precipitação é distribuída irregularmente pela área, recomenda-se a utilização do método IPD, que apresentou resultados mais satisfatórios para casos de maior dispersão de valores, como encontrado no evento 5.

Como os erros observados foram muito reduzidos e quase desprezíveis para finalidade prática, recomenda-se a aplicação da presente metodologia a sistemas de maiores dimensões, eventos de precipitação de maior magnitude e de preferência aplicada em área localizadas no território brasileiro onde as condições de monitoramento são mais limitadas e apresentam maiores lacunas espaciais em seus registros, a fim de validar a aplicabilidade prática da metodologia desenvolvida neste trabalho.

## 5. Referências Bibliográficas

- Agência Nacional de Águas (ANA). 2013. Resolução nº 903, de 22 de julho de 2013. Cria a Rede Nacional de Monitoramento da Qualidade das Águas Superficiais – RNQA e estabelece suas diretrizes. Disponível em: <<http://arquivos.ana.gov.br/resolucoes/2013/903-2013.pdf>>. Acesso em: abr. 2018.
- ARAI, F.K. 2010. Caracterização da Disponibilidade Hídrica na Bacia Hidrográfica do Ivinhema, MS. Programa de Pós-Graduação em Agronomia, Universidade Federal da Grande Dourados, Dissertação de Mestrado, 115 p.
- CAMURÇA, P.J. 2011. Cálculo da precipitação média de forma automática pelo método de Thiessen e avaliação da precipitação na bacia do Jaguaribe. Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Ceará, Monografia, 76p.
- CARVALHO, D.F. & Silva, L.D.B. 2006. Hidrologia. Disponível em: <<https://bit.ly/2ul7WB1>>. Acesso em: fev. 2018.
- CASTRO, F.S.; MARTINS, C.A.S.; PEZZOPANE, J.E.M.; CECÍLIO, R.A. & PEZZOPANE, J.R.M. 2010. Avaliação dos diferentes métodos de interpoladores para o parâmetro precipitação pluviométrica no estado do Espírito Santo. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, 14(8): 871–880.
- FRANCO, A.C.L. & UDA, P.K. 2015. Comparação de métodos de espacialização da precipitação na bacia do alto rio Negro, Santa Catarina. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR, 17, João Pessoa, INPE, Trabalhos completos, p. 3052-3058.
- GIRARDI, R.V.; GOLDENFUM J.A.; SILVEIRA, A.L.L. & DORNELLES, F. 2013. Proposta de um método alternativo para determinação da precipitação média sobre uma área utilizando distâncias invertidas. Revista Brasileira de Recursos Hídricos. 18(1): 19-31.
- HALLAK, R. & PEREIRA FILHO, A. J. 2011. Metodologia para análise de desempenho de simulações de sistemas convectivos na região metropolitana de São Paulo com o modelo ARPS: sensibilidade a variações com os esquemas de advecção e assimilação de dados, São Paulo, SP, Brasil. Revista Brasileira de Meteorologia. 26(4): 591 – 608.
- KENNEDY, J.R.; GOODRICH, D.C. & UNKRICH, C.L. 2013. Using the KINEROS2 modeling framework to evaluate the increase in storm runoff from residential development in a semi-arid environment. Journal of Hydrologic Engineering, 18: 698-706.
- MELATI, M.D. & MARCUZZO, F.F.N. 2015. Espacialização da recomendação de novas estações pluviométricas na sub-bacia 87 segundo os critérios de densidade da Organização Mun-

- dial de Meteorologia. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR, 17, João Pessoa, INPE, Trabalhos completos, p.27-34.
- PROTZEK, C.A.T.G. 2010. Apostila de Hidrologia. Disponível em: <<https://bit.ly/2uhJrog>>. Acesso em: abr. 2018.
- SALGUEIRO, J.H.P.B. 2005. Avaliação de rede pluviométrica e análise de variabilidade espacial da precipitação: estudo de caso na Bacia do Rio Ipojuca em Pernambuco. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Pernambuco, Dissertação de Mestrado, 122p.
- SILVA, C.R.; QUINTAS, M.C.L. & CENTENO, J.A.S. 2007. Estudo do método de interpolação do inverso da distância a uma potência. In: II SIMPÓSIO BRASILEIRO DE GEOMÁTICA, 2 / COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS, 5, Presidente Prudente, UNESP, Trabalhos completos, p. 57-62.
- SHINMA, T.A. 2015. Avaliação das Incertezas na Calibração Automática do Modelo SWMM. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Tese de Doutorado, 212 p.
- WMO - World Meteorological Organization. 2012. Guide to Meteorological Instruments and Methods of Observation. Disponível em: <[https://library.wmo.int/pmb\\_ged/wmo\\_8\\_en-2012.pdf](https://library.wmo.int/pmb_ged/wmo_8_en-2012.pdf)>. Acesso em: mai. 2018.